

УДК 624.012.45

Г.А.МОЛОДЧЕНКО, д-р техн. наук, А.Н.СИРОМЕНКО
Харьковская национальная академия городского хозяйства

СИЛОВОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТРЕХСЛОЙНОЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ СИСТЕМЫ ПРИ УЧЕТЕ ТЕМПЕРАТУРНО-УСАДОЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ

Исследуется силовое взаимодействие трехслойной железобетонной системы при учете температурно-усадочных деформаций, представлен алгоритм определения нормальных и касательных напряжений.

Различие деформаций в элементах системы (перекрытия-стены, железобетонный элемент), определяемых температурными $\varepsilon_T = \alpha T$ или усадочными воздействиями ε_{sl} вызывает силовое взаимодействие по контакту сопряжения элементов. Природа этих усилий идентична, поэтому можно утверждать, что

$$\varepsilon_T = \varepsilon_{sl}, \quad (1)$$

где ε_T – свободная температурная деформация элемента сопряжения; ε_{sl} – то же, деформация усадки (набухания) элемента сопряжения.

Идентичность рассматриваемых факторов подтверждается также наличием объемных деформаций, как в первом, так и во втором случаях. Вместе с тем, в дальнейшем рассмотрении силового взаимодействия будем рассматривать линейные связи между отдельными элементами системы, наиболее значимые для формирования напряженно-деформированного состояния элементов. Для условий приложения к одному из элементов системы внешних усилий (нагрузок) задача взаимодействия рассмотрена М.М.Холмянским, В.М.Кольнером [1, 2] и др. При температурно-усадочных деформациях (собственных напряжений в системе), напряженно-деформированное состояние рассматривалось в работах А.Н.Маслова и др.

Расчетный аппарат оценки усилий взаимодействия в элементах, принятый в наших исследованиях, построен на использовании природы сил сцепления между рассматриваемыми конструктивными элементами.

Рассмотрим элемент системы, подлежащий исследованию. Будем иметь систему в зоне силового взаимодействия в виде, представленном на рис.1.

Система состоит из трех частей с площадью сечения крайних стержней A_n и площадью среднего стержня A_c . На концевых участках в зоне контакта составляющих стержней образуются касательные

напряжения τ силового взаимодействия. При этом, как в средней, так и в крайних частях произойдут сдвиги, величины которых можно считать пропорциональными касательным напряжениям τ . Сечения, бывшие до рассмотрения задачи плоскими, претерпят искривление, что отмечено в исследованиях С.Е.Фрайфельда [3] и др. Величина искривления сечения зависит от сил сцепления между элементами системы, качества (прочности) бетона и от размеров сечений.

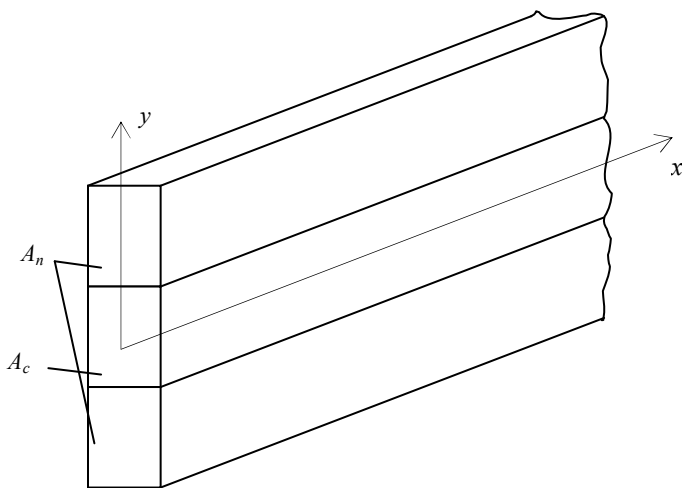


Рис.1 – Схема сопряжения элементов системы

Первоначально плоское поперечное сечение под влиянием усадочных напряжений трансформируется в криволинейное.

Искривленное сечение заменяется на эквивалентное плоское таким образом, чтобы полученные в этом случае напряжения в сечении соответствовали усилию, равному усилию при неравномерном распределении напряжений. Величину искривления сечения назовем смещением U , зависящим от указанных выше параметров. В связи с этим зависимость между касательными напряжениями и сдвигом принимаем в виде

$$\tau = k_0 \cdot U, \quad (2)$$

где k_0 – коэффициент пропорциональности, определяемый опытным путем.

Рассмотрим систему, в сечении x которой возникло независимое напряженное состояние в ее составляющих элементах.

Введем обозначения: $\frac{A_c}{2A_n} = \mu$; $\frac{E_c}{E_n} = n$; $\frac{A_c}{2b} = \eta$.

Ось x направим вдоль продольной оси системы от торца по рис.2. Нормальные напряжения в среднем элементе σ_c будем считать положительными, а в верхнем и нижнем σ_n – отрицательными.

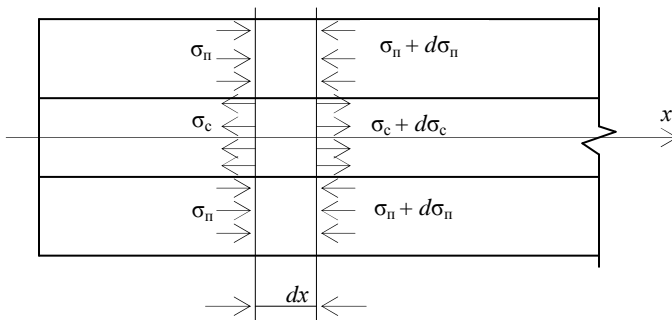


Рис.2 – Силовое взаимодействие трехслойной железобетонной системы при учете температурно-усадочных деформаций

Рассмотрим участок dx в зоне наличия касательных напряжений, выделенный двумя нормальными плоскостями. Из условия равновесия запишем

$$2A_n \cdot d_n = A_c \cdot d\sigma_c \quad (3)$$

и проинтегрируем равенство

$$\mu \cdot \sigma_c - \sigma_n = C_0. \quad (4)$$

Условие равновесия среднего элемента без учета крайних стержней будет иметь вид

$$A_c \cdot d\sigma_c = \tau \cdot 2b \cdot dx$$

или

$$\frac{d\sigma_c}{dx} = \tau \cdot \frac{2b}{A_c} = \frac{\tau}{\eta}. \quad (5)$$

Заменим в полученном выражении (5) τ по условию (2) и получим

$$\frac{d\sigma_c}{dx} = \frac{k_0 \cdot U}{\eta} \quad (6)$$

и продифференцируем по x

$$\frac{d^2 \sigma_c}{dx^2} = \frac{k_0}{\eta} \cdot \frac{dU}{dx} . \quad (7)$$

Рассмотрим далее условие совместности деформаций составляющих элементов в сечении x

$$\frac{dU}{dx} = \frac{\sigma_n}{E_n} + \frac{\sigma_c}{E_c} , \quad (8)$$

тогда

$$\frac{d^2 \sigma_c}{dx^2} = \frac{k_0}{\eta} \cdot \left(\frac{\sigma_n}{E_n} + \frac{\sigma_c}{E_c} \right) . \quad (9)$$

Подставим в (9) σ_n из (4) $\sigma_n = \mu \cdot \sigma_c - C_0$, получим

$$\frac{d^2 \sigma_c}{dx^2} - p \cdot \sigma_c = -D , \quad (10)$$

где $p = \frac{k_0}{\eta} \frac{(n\mu + 1)}{E_c}$; $D = \frac{k_0}{\eta} \frac{C_0}{E_n}$.

Получено линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Решение будем искать в виде суммы двух решений:

I. Решение однородного уравнения $\frac{d^2 \sigma_c}{dx^2} - p \cdot \sigma_c = 0$.

Характеристическое уравнение

$$\lambda^2 - p\lambda = 0; \quad \lambda_1 = \sqrt{p}; \quad \lambda_2 = -\sqrt{p}.$$

Общее решение однородного уравнения имеет вид:

$$\sigma_c = C_1 \cdot e^{x\sqrt{p}} + C_2 \cdot e^{-x\sqrt{p}} . \quad (11)$$

II. Частное решение неоднородного уравнения определим методом вариации произвольной постоянной:

$$\sigma_{c \text{ частн.}} = \text{const}, \text{ т.е. } \sigma_{c \text{ частн.}} = C.$$

Правая часть исходного уравнения является полиномом нулевой степени, поэтому $\sigma_{c \text{ частн.}}'' = 0$ и $\sigma_{c \text{ частн.}}' = 0$. Подставляем значения в исходное уравнение (10):

$$0 - p \cdot C = -D \text{ и } C = D/p.$$

Общее решение неоднородного уравнения принимает вид:

$$\sigma_c(x) = C_1 \cdot e^{x\sqrt{p}} + C_2 \cdot e^{-x\sqrt{p}} + \frac{D}{p}. \quad (12)$$

Распределение напряжений $\sigma_n(x)$, $\tau(x)$ и U_x найдем из условий (4), (5) и (2):

$$\sigma_n(x) = \mu(C_1 \cdot e^{x\sqrt{p}} + C_2 \cdot e^{-x\sqrt{p}}) - \frac{C_0}{1 + n\mu}; \quad (13)$$

$$\tau(x) = -\eta\sqrt{p}(C_2 \cdot e^{-x\sqrt{p}} - C_1 \cdot e^{x\sqrt{p}}); \quad (14)$$

$$U(x) = \frac{\eta\sqrt{p}}{k_0}(C_2 \cdot e^{-x\sqrt{p}} - C_1 \cdot e^{x\sqrt{p}}). \quad (15)$$

Произвольные постоянные определим из граничных условий при $x=0$ и $x=\ell$ $\sigma_c=0$, тогда

$$C_1 = \frac{D}{p} \frac{e^{-\ell\sqrt{p}} - 1}{e^{\ell\sqrt{p}} - e^{-\ell\sqrt{p}}}; \quad (16)$$

$$C_2 = \frac{1 - e^{\ell\sqrt{p}}}{e^{\ell\sqrt{p}} - e^{-\ell\sqrt{p}}}. \quad (17)$$

Произвольную постоянную C_0 определим для сечения на расстоянии от торца $x=\ell/2$. Для этого приравниваем множители:

$$\frac{\varepsilon_{sl} \cdot E_c}{1 + n\mu} = \frac{nC_0}{1 + n\mu}, \text{ в результате получаем:}$$

$$C_0 = \frac{\varepsilon_{sl} \cdot E_c}{n}. \quad (18)$$

С учетом (16)-(18) имеем напряжения в среднем стержне:

$$\sigma_c(x) = \frac{\varepsilon_{sl} \cdot E_c}{1 + n\mu} \left[\frac{e^{-\ell\sqrt{p}} \cdot e^{x\sqrt{p}} - e^{\ell\sqrt{p}} \cdot e^{-x\sqrt{p}}}{e^{\ell\sqrt{p}} - e^{-\ell\sqrt{p}}} + 1 \right]. \quad (19)$$

В качестве примера выполним численный анализ распределения нормальных и касательных напряжений вдоль стержней системы. Принимаем следующие данные: $\varepsilon_{sl} = 0,00012$; $E_c = E_n = 2,75 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$; $\eta = 135 \text{ см}$; $\ell = 720 \text{ см}$; $\mu = 1$; $n = 1$; $k_0 = 10000$.

Результаты анализа приведены на рис.3, из которого следует, что

максимальные нормальные напряжения в центральном стержне достигают максимума в средней части по его длине и достигают предела прочности бетона на растяжение. Это обстоятельство приводит к появлению нормальных трещин, при этом первые из них имеют случайный характер возникновения на расстоянии $\ell_{crc}^{\min} \leq \ell_{crc} \leq \ell_{crc}^{\max}$.

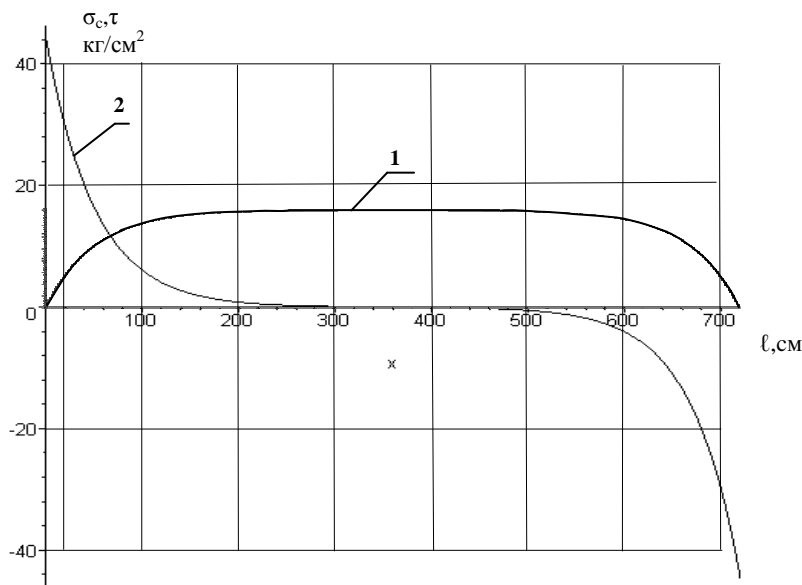


Рис.3 – Распределение нормальных (1) и касательных (2) напряжений по длине системы

1.Холмянский М.М. Расчет центрально армированных призматических элементов на сцепление // Труды НИИЖелезобетона. Вып. 4. – М.: Госстройиздат, 1961. – С.56-59.

2.Кольнер В.М., Алиев Ш.А. и др. Сцепление с бетоном и прочность заделки стержневой арматуры периодического профиля // Бетон и железобетон. – 1965. – №11. – С.36-42.

3.Фрайфельд С.Е. Собственные напряжения в железобетоне. – М.: Стройиздат, 1941. – 240 с.

Получено 23.02.2006